Trabajo y energía mecánica

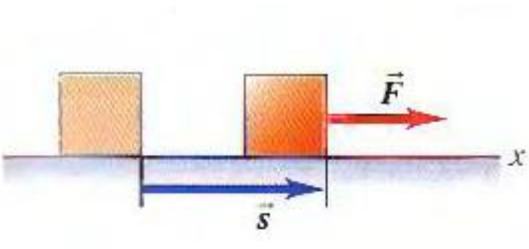
*Los siguientes son apuntes de clase, es decir, contienen lo que, en general, el profesor comenta y anota en el pizarrón (para ganar tiempo y que Ud. no precise copiarlos en clase). Es decir, su lectura **NO SUSTITUYE LA LECTURA DE UN LIBRO DE FÍSICA**, al que debe remitirse para seguir el curso y preparar sus evaluaciones.*

TRABAJO MECÁNICO:

Hasta ahora hemos trabajado con fuerzas constantes, aplicando las leyes de Newton. Sin embargo, en muchas ocasiones, las fuerzas aplicadas a un sistema varían a medida que este se desplaza. En ese caso, entre otros, es necesario un enfoque alternativo al de la dinámica, sumamente vinculado con él. Comenzaremos incorporando a nuestro estudio una nueva magnitud: el trabajo mecánico.

En el lenguaje físico es común tomar palabras de la vida cotidiana, pero asignándoles significados diferentes, aunque relacionados[11].

En física, el trabajo nos ayuda a cuantificar cuánto influye una fuerza en un desplazamiento, es decir, si un cuerpo se mueve desde un punto A a otro B, y sobre él actúan fuerzas, cuáles de ellas "ayudan" y cuáles "estorban" en ese movimiento.



Note que, para que exista trabajo,

- debe aplicarse una fuerza.
- debe existir desplazamiento (sin desplazamiento **NO** se realiza trabajo)
- la fuerza debe influir en el desplazamiento.

<u>TRABAJO:</u>

- SÍMBOLO: W
- DEFINICIÓN:

$$\boxed{W = F \,.\Delta r.\, \cos \theta}$$

[1] Esto ocurre porque los científicos que investigan son seres humanos insertos en una comunidad de las que obtienen metáforas con las que representar o modelizar aquello con lo que trabajan. Usted conoce, por ejemplo, el concepto de fuerza, y sabe que la expresión *"tengo mucha fuerza"* <u>no tiene sentido</u> en física, pues la fuerza es un modelo de interacción y no una propiedad que se pueda "tener". Con el concepto de **"trabajo"** ocurre algo similar.

W es una magnitud ESCALAR,

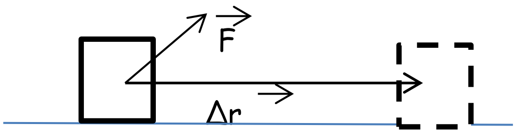
se obtiene multiplicando el módulo de dos vectores por el coseno del ángulo que forman, a esta operación se la conoce como PRODUCTO ESCALAR entre dos vectores, y se representa:

$$\mathbf{W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta r}}$$

- UNIDAD: (S.I.) J (joule) Observe que 1 J = 1 N.m
- ¿Por qué razón, además de F y Δr, hay un factor "cos θ"?

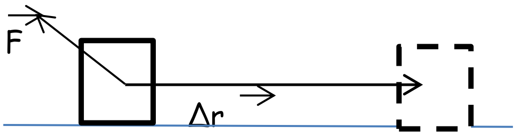
  Analicemos tres situaciones:

  1) Si θ < 90° (menor a 90°)



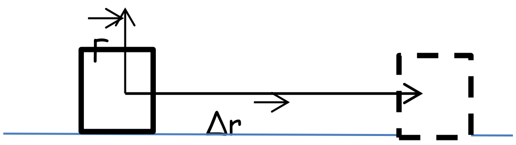
Matemáticamente, cos θ > 0 (positivo), por lo que W > 0 (positivo).
Físicamente, esta fuerza contribuye a que el cuerpo se desplace, por lo que su trabajo es positivo.

  2) Si θ > 90° (mayor a 90°)



Matemáticamente, cos θ < 0 (negativo) por lo que W < 0 (negativo).
Físicamente, esta fuerza dificulta que el cuerpo se desplace, por lo que su trabajo es negativo.

  3) Si θ = 90°



Matemáticamente, cos θ = 0, por lo que W = 0
Físicamente, esta fuerza no contribuye a que el cuerpo se desplace, pero tampoco estorba al desplazamienro, por lo que no realiza trabajo.

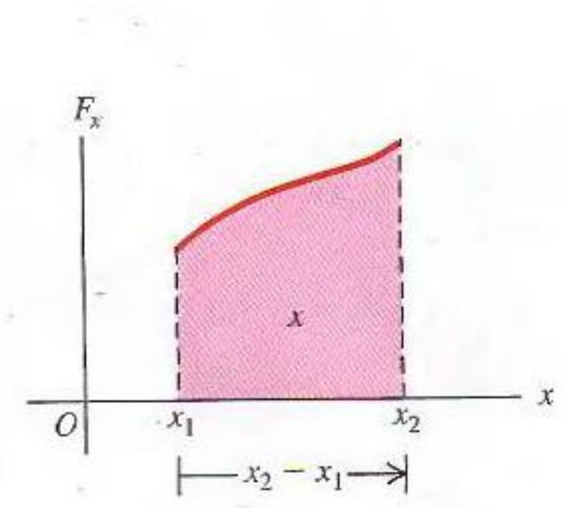
*(SI LA FUERZA FORMA 90° CON EL DESPLAZAMIENTO ESTA **NO** TRABAJA)*

- **<u>¡¡¡¡¡Cuidado!!!!!!</u>** Observe que, la ecuación anterior supone un solo valor de fuerza durante todo el tramo (Δr) con el que se trabaja. Es decir, la ecuación anterior

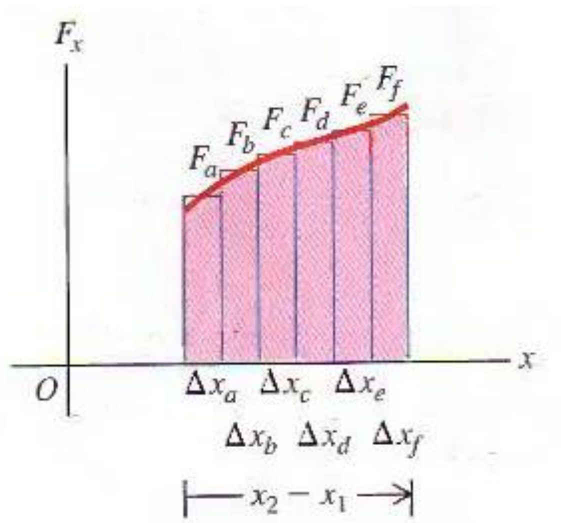
<u>SOLO</u> PUEDE UTILIZARSE <u>SI</u> LA <u>FUERZA</u> ES <u>CONSTANTE</u> EN ESE DESPLAZAMIENTO.

Entonces, ¿qué hacemos si la fuerza NO es constante durante el intervalo en el que trabajamos?

Como, durante el Δr la fuerza no tiene un valor constante, no es posible multiplicar F. Δr para hallar el trabajo, pues no hay UN solo valor de F. En ese caso, se subdivide el segmento AB en pequeñísimos dx, tan pero tan pequeños, (infinitamente pequeños) que se puede considerar que en cada uno de ellos la fuerza es constante. Para cada subdivisión dr,se halla el pequeño trabajo dW = F. dr y finalmente se "suman" todos los dW hallados. A esta "suma" tan especial se la conoce con el nombre de integral y se representa con el signo ∫ (la integral es un concepto matemático que NO profundizaremos aquí). Esta operación es la misma que tendríamos que hacer si quisiéramos hallar el área bajo la curva de la gráfica fuerza en función de posición (al ser una curva, tendríamos que dividirla en pequeños rectangulitos, hallar las pequeñísimas áreas –o sea F.dr- y luego sumarlas).



(a)



Note que, para que exista trabajo debe haber un desplazamiento, es decir, .el trabajo es un PROCESO: nos cuenta qué pasa durante el desplazamiento, por esa razón expresiones tan cotidianas como "tengo trabajo" NO son correctas en física, pues el trabajo no es un objeto o propiedad, algo que se pueda guardar, tener. Otro error frecuente es calcular el "trabajo en el punto A". Note que, el trabajo siempre es trabajo de una fuerza entre DOS puntos (entre los que se mueve el cuerpo), porque, insisto, el trabajo es un PROCESO, transcurre en un intervalo. Hablar de trabajo sin aclarar entre de qué fuerza, en qué desplazamiento, *<u>no tiene significado físico alguno.</u>*

El trabajo es un PRECESO DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA, lo que nos lleva a profundizar en el concepto de energía.

Energía

Quizá el concepto más importante de toda la ciencia sea la energía. La combinación de energía y materia forma el universo: la materia es sustancia, y la energía es lo que mueve la sustancia. Es fácil captar la idea de materia. La materia es lo que podemos ver, oler y sentir. Tiene masa y ocupa espacio. Por otra parte, la energía es abstracta. No podemos ver, oler ni sentir la mayor parte de las formas de energía. Es sorprendente que la idea de energía no fuera conocida por Isaac Newton, y que todavía se debatiera su existencia en la década de 1850. Aunque la energía nos es familiar, es difícil de definir, porque no sólo es una "cosa", sino es cosa y proceso a la vez, como si fuera a la vez un nombre y un verbo. Las personas, los lugares y las cosas tienen energía, pero normalmente observamos la energía sólo cuando se transfiere o se transforma. Nos llega en forma de ondas electromagnéticas del Sol, y la sentimos como energía térmica; es capturada por las plantas y une las moléculas de la materia; está en el alimento que comemos y la recibimos mediante la digestión. Hasta la misma materia es energía condensada y embotellada, como se estableció en la famosa fórmula de Einstein, $E = mc^2$,

Extraído de "Física conceptual" Paul Hewwitt

La palabra "energía" viene del griego (en: dentro, ergen: trabajo) Por eso define en ocasiones a la energía como la capacidad de realizar un trabajo. Pero note que esta no es una verdadera definición, pues es ambigua e implica un razonamiento circular (porque, como vimos, el trabajo es un proceso de transferencia de energía). Se puede hablar de esta como una propiedad de la materia que se expresa en forma indirecta a través de su posición, su velocidad, su masa, etc. Pero tampoco es exacto, ya que, como la menciona el texto de Hewwitt, la materia también *es* energía.

El concepto de energía debe ser, sin dudas, el concepto físico más usado fuera del ámbito científico, y el que tiene en común la mayoría de las disciplinas científicas. Es el concepto científico más popular, el que se usa más en ámbitos no científicos. Algunos dicen que es el concepto más fundamental de la ciencia. Sin embargo, es muy difícil de definir con precisión (nuestra definición es un acercamiento, tal como ocurre con otros conceptos básicos, por ejemplo, el de "materia"). En realidad, no sabemos estrictamente qué cosa es la energía. No hay un modelo de la energía.

Básicamente, el concepto de energía se relaciona con el concepto de intercambio. Sirve para cuantificar los intercambios del sistema y el ambiente. Así como adquirimos el concepto de fuerza como agente de cambio, hablamos de energía como medida del cambio.

En palabras del físico norteamericano, premio Nobel de Física, Richard Feynman:

Hay un hecho, o si ustedes prefieren, una *ley,* que gobierna todos los fenómenos naturales conocidos hasta la fecha. No hay excepción conocida a esta ley: es exacta hasta donde sabemos. Se denomina ley de *conservación de la energía.* Establece que hay una cierta magnitud, que llamamos energía, que no cambia en los múltiples cambios que sufre la naturaleza. Esta es una idea muy abstracta, porque es un principio matemático; dice que hay una magnitud numérica que no cambia cuando algo sucede. No es una descripción de un mecanismo, o algo concreto; se trata sólo del extraño hecho de que podemos calcular cierto número, y que si lo volvemos a calcular después de haber estado observando a la naturaleza haciendo sus trucos, este número es el mismo. (Algo parecido al alfil en una casilla blanca que, después de varias jugadas cuyos detalles se desconocen—, sigue estando en una casilla blanca. (…)

. En primer lugar, cuando estamos calculando la energía, a veces parte de ella sale del sistema y se pierde, o a veces algo de ella entra. Para verificar la conservación de la energía debemos tener cuidado en no introducir ni quitar nada. En segundo lugar, la energía tiene muchas *formas diferentes,* y hay una fórmula para cada una. Estas son: energía gravitatoria, energía cinética, energía térmica, energía elástica, energía eléctrica, energía química, energía radiante, energía nuclear, energía de masa. Si sumamos las fórmulas para cada una de estas contribuciones, la suma no cambiará, salvo que entre o salga energía.

(…) La energía no es algo material;… de manera que no entendemos esta energía como "contar algo", sino como una cantidad que debe ser calculada. Lo que tenemos son ecuaciones para calcular ciertas cantidades que, cuando las juntamos todas siempre nos dan el mismo número. (…)

Es importante darse cuenta de que en la física actual no tenemos conocimiento de qué *es* la energía. No tenemos una imagen en la que la energía aparezca en pequeñas gotas de un tamaño definido. *No* es así. Sin embargo, existen fórmulas para calcular cierta magnitud numérica, y cuando las sumamos dan (…) mismo número. Es algo abstracto en cuanto que no nos dice el mecanismo o las razones para las diversas fórmulas.

Energía mecánica:

La energía mecánica es la energía debida a la posición relativa de los cuerpos que interactúan (energía potencial) o a su movimiento (energía cinética), y puede expresarse en forma de energía potencial, cinética o ambas.

Energía cinética: es la energía que posee un cuerpo por el hecho de estar en movimiento.
En ella influye la masa del cuerpo pero, más que nada, influye su velocidad.
Note que, como la velocidad de un móvil es relativa (depende del sistema de referencia), la energía cinética también lo es.

$$E_C = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Energía potencial:

La energía potencial es energía relacionada copn la posición del cuerpo. Está relacionada siempre con alguna fuerza conservativa. De hecho, un cuerpo almacena energía potencial cuando puede "contrariar" a una fuerza conservativa (un cuerpo que sube, en contra del peso, gana energía potencial gravitatoria, es decir, gana la posibilidad de caer, por ejemplo.)

a) Energía potencial gravitatoria: es la energía que almacena un cuerpo por el hecho de encontrarse a cierta altura. Dependiendo de nuestra referencia para medir la altura, el cuerpo puede tener o no energía potencial gravitatoria. $U_g = m.g.h$

b) Energía potencial elástica: Un cuerpo tiene comportamiento elástico cuando, si lo deformamos, vuelve a su forma original al dejar de deformarlo. Al deformar un cuerpo de este tipo, se almacena energía potencia elástica (por ejemplo, al tensar un arco para tirar una flecha). En el caso de un resorte se calcula:

$$U_e = \frac{k \cdot (\Delta L)^2}{2}$$ donde ΔL es la deformación del resorte y

k es la constante de rigidez del mismo

Profundicemos en la relación entre trabajo y energía.

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

Podemos partir de la segunda ley de Newton, aplicándola al caso particular de un cuerpo que se mueve por acción de una fuerza constante (o sea, con aceleración constante, con MRUA). Supondremos que la fuerza se aplica en la misma dirección y sentido que el desplazamiento del cuerpo (el ángulo entre fuerza y desplazamiento, θ = 0° por lo que cos θ = 0)

Como trabajamos con un MRUA, se cumple que $\Delta x = \frac{v^2 - v^2}{2a}$ por lo tanto, despejando aceleración $a = \frac{v^2 - v^2}{2\,\Delta x}$

Si se sustituye esta expresión para aceleración, en la segunda ley de Newton obtenemos :

$\Sigma F = m.a$

$\Sigma F = m \frac{v^2 - v^2}{2\,\Delta x}$ aplicando distributiva

$\Sigma F = \frac{mv^2 - mv^2}{2\,\Delta x}$ despejando:

$\Sigma F\, \Delta x = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv^2}{2}$:

$W_{net} = E_{cF} - E_{co}$

si se observa bien, el primer miembro de la igualdad corresponde al trabajo neto sobre el cuerpo. Del otro lado de la igualdad, ambos términos son energías cinéticas, final e inicial, por lo que:

$$\boxed{W_{neto} = \Delta E_c}$$

Teorema de las fuerzas vivas
(teorema del trabajo y la energía cinética)

Comentarios:

1-Note que el teorema se demuestra para el caso particular de una fuerza constante y colineal al desplazamiento, pero lo generalizaremos para cualquier situación en la que hayan fuerzas realiando trabajo.

2- En otras palabras, este teorema reafirma lo que ya sabemos: las fuerzas provocan cambios de velocidad. Cuando una fuerza realiza trabajo, cambia el módulo de la velocidad del cuerpo y con ello su energía cinética. (¿conoce usted algún movimiento en que no cambie la energía cinética del móvil? ¿por qué?).

3- Observe que podemos hablar de energía cinética final e inicial, porque la energía describe el estado de un sistema en cierto instante y posición. En cambio, el trabajo, es lo que ocuerre *entre* lo final y lo inicial, es un **proceso.**

4-

¡¡¡¡¡CUIDADO!!!!!

Es sencillo hacer una lectura descuidada de la ecuación (del estilo "trabajo = energía cinética"). Este tipo de interpretaciones ES INCORRECTO, y, físicamente, es GRAVE ERROR CONCEPTUAL.

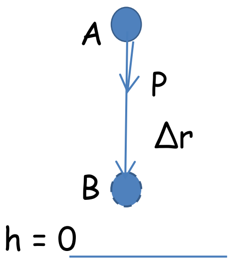
¿Por qué? En primer lugar, por lo que dijimos en el numeral anterior: el trabajo describe un proceso, por lo que nunca puede ser igual a una energía, que describe un estado del sistema. El trabajo es un proceso de transferencia de energía, por lo que, el trabajo siempre se va a corresponder con algún tipo de VARIACIÓN de energía.

ADEMÁS, COMO PARTIMOS DE LA SEGUNDA LEY DE Newton, que habla de la FUERZA NETA, el trabajo que estamos utilizando es el TRABAJO NETO. Para aplicar este teorema Ud. debe asegurarse que el trabajo que va a emplear sea el trabajo total sobre el cuerpo. Dicho trabajo, hará VARIAR la energía cinética (un cuerpo puede tener energía cinética sin que se realice trabajo sobre él porque, como usted sabe, un cuerpo puede moverse sin que le ejerzan fuerzas, pero no puede cambiar de velocidad, *¿por qué puedo afirmar esto con tanta seguridad?)*

FUERZAS CONSERVATIVAS

Analicemos algunas situaciones a modo de ejemplo:

1) *Bolita que desciende en caída libre (despr roce con el aire)*



Calculemos el trabajo del peso en la bajada: $W_P = P.\ \Delta r.\ \cos\theta$

Como P y Δr tienen = direcc y sent, $\theta = 0°$, $\cos\theta = 1$ $\quad W_P = P.\ \Delta r$

A su vez, $P = mg$,

$\Delta r = h_A - h_B$ $\quad W_P = mg\,(h_A - h_B)$

$W_P = mgh_A - mgh_B$

$W_P = U_{gA} - U_{gB}$ $\qquad$ $W_P = -\,\Delta U g_{AB}$

Note que, si solamente trabaja el peso, este provoca un cambio de energía potencial gravitatoria (opuesto al valor de su trabajo) y, según el teorema de las fuerzas vivas, provoca un cambio de energía cinética (igual al valor de su trabajo). El trabajo del peso provoca cambios opuestos de energía potencial y cinética.

Visualícelo: la bolita desciende : PIERDE energía potencial gravitatoria, pero, a su vez,

Aumenta su velocidad: GANA energía cinética.

2) *Carrito que desciende en un plano inclinado sin rozamiento.*

En este caso, sobre la bolita actúan el peso y la normal (estamos despreciando el rozamiento.) Sin embargo, la fuerza normal forma en todo momento 90° con la trayectoria, por lo que NO realiza trabajo. La *única* fuerza *que trabaja* es el peso del cuerpo, por lo que la situación es análoga a la anterior (¡acepte el desafío!: demuéstrelo numéricamente).

Note que, en este caso, el trabajo del peso es opuesto a la variación de energía cinética, sin importar que el cuerpo descienda por una rampa y no verticalmente. Es decir, el trabajo del peso es independiente de la trayectoria del cuerpo.

3) *Bolita que se desliza por una superficie horizontal y comprime un resorte hasta detenerse.*

No vamos a hacer el análisis cuantitativo de la situación, pero puede encontrarse en cualquier manual de física del 5° año.

Inicialmente la bolita se mueve por lo que posee una energía cinética. Al entrar en contacto con el resorte y comenzar a deformarlo, la velocidad de la bolita desciende (pierde energía cinética). Sin embargo el resorte almacena energía potencial elástica.

Puede demostrarse que el trabajo realizado por la fuerza elástica del resorte es opuesto a la variación de energía potencial elástica que experimenta el sistema[2].

En el ejemplo, al realizar diagrama de fuerzas, observamos que peso y normal no realizan trabajo (*¿por qué?*) y el trabajo neto es el trabajo de la fuerza elástica.

Como esta fuerza provoca cambios de energía cinética y cambios opuestos de energía potencial (elástica, en este caso); cuan do sólo trabaja la fuerza elástica, la energía mecánica se conserva. Es decir la fuerza elástica es una fuerza CONSERVATIVA.

4) *Bloque que se mueve sobre una superficie rugosa* hasta detenerse.

Si un bloque se mueve por una superficie horizontal rugosa, tarde o temprano se detiene. Varía su energía cinética. En esta situación, hay un cambio de energía cinética pero NO hay un cambio de energía potencial por lo que, en conjunto, la energía mecánica NO se conserva. Es decir, la energía no se transformó en otra forma de energía mecánica dentro del mismo sistema, sino que se transfirió (en este caso, del sistema al ambiente por lo que la Em del sistema disminuye). El trabajo de la fuerza de rozamiento es responsable de dicha transferencia, es quien hace variar la energía mecánica.

EN RESUMEN…

Existe un grupo de fuerzas, llamadas fuerzas conservativas, que comparten las siguientes características:

- Su trabajo es independiente de la trayectoria: depende sólo del estado inicial y final del sistema (por eso, en una trayectoria cerrada su trabajo es nulo).
- Tienen asociada una energía potencial tal que: $W_{CONS} = -\Delta U_{AB}$
- Cuando sobre un sistema trabajan sólo fuerzas conservativas, la energía mecánica del mismo se conserva .
- Ejemplos de fuerzas conservativas: Peso $W_P = -\Delta Ug_{AB}$

  Fuerza elástica $W_e = -\Delta Ue_{AB}$

[2] La demostración es muy sencilla: recuerde que el trabajo de una fuerza variable coincide con el área de la gráfica F = f(x).cos α. Si hacemos la gráfica para un resorte que va deformándose obtendremos una recta que pasa por el origen. El área del triángulo que se forma bajo el gráfico, tiene igual valor absoluto y signo opuesta a la variación de la Ue

Para darle a lo comentado algo más de formalidad matemática:

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Repasando lo que hemos visto hasta ahora:

$W = F.\ \Delta r.\ \cos\theta$ (fuerzas ctes)

$E_M = Ec + E_p$

$W_{A\text{-}B\text{-}A} = 0$ (f conservativas)

$W_{cons} = -\Delta U$

$$W_{cons} + W_{no\ cons} = \Delta E_c$$

Si $W_{no\ cons} = 0$

$$W_{cons} = \Delta E_c$$

$$-\Delta U_g + (-\Delta U_e) = \Delta E_c$$

Como Wcons= -ΔU

$$-(U_{gf} - U_{gi}) - (U_{ef} - U_{ei}) = E_{cf} - E_{ci}$$

$$-U_{gf} + U_{gi} - U_{ef} + U_{ei} = E_{cf} - E_{ci}$$

Reordenando:

$$U_{gi} + U_{ei} + E_{ci} = U_{gf} + U_{ef} + E_{cf}$$

Como $U_{gi} + U_{ei} + E_{ci} = E_M$

$$E_{Mi} = E_{M\,f}$$

$$\Rightarrow \Delta E_M = 0$$

Principio de conservación de la Energía Mecánica.

La condición para que se cumpla: trabajo de las fuerzas no conservativas es nulo

Resumiendo:

Si sobre un cuerpo solo actúan fuerzas conservativas, o el trabajo de las otras fuerzas es nulo, la energía mecánica se conserva. Por eso se llaman fuerzas conservativas.

¿y si trabajan fuerzas no conservativas?

$$W_{cons} + W_{no\ cons} = \Delta E_c$$

$$-\Delta U_g + (-\Delta U_e) + W_{no\ cons} = \Delta E_c$$

Como Wcons= -ΔU

$$-(U_{gf} - U_{gi}) - (U_{ef} - U_{ei}) + W_{no\ cons} = E_{cf} - E_{ci}$$

$$-U_{gf} + U_{gi} - U_{ef} + U_{ei} + W_{no\ cons} = E_{cf} - E_{ci}$$

despejando $W_{no\ cons}$

$$W_{no\ cons} = E_{cf} - E_{ci} + U_{gf} - U_{gi} + U_{ef} - U_{ei}$$

Reordenando:

$$W_{no\ cons} = E_{cf} + U_{gf} + U_{ef} - E_{ci} - U_{gi} - U_{ei}$$

$$W_{no\ cons} = \underbrace{E_{cf} + U_{gf} + U_{ef}}_{E_{Mf}} - \underbrace{(E_{ci} + U_{gi} + U_{ei})}_{E_{Mi}}$$

$$W_{no\ cons} = E_{Mf} - E_{Mi}$$

$$\boxed{\mathbf{W_{no\ cons} = \Delta E_M}}$$

Cuando trabajan fuerzas no conservativas sobre el sistema, provocan CAMBIOS en la energía mecánica del mismo.